Saeta Digital
Tecnología, Diseño e Innovación
ISSN: 2523-241X
Vol. 6 Núm. 1 (2020)
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ENCARNACIÓN

DISEÑO DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN CON ALGORITMOS EVOLUTIVOS

Elsa Rodríguez López[1]
Juan Fernando García Mejía[2]
Yenit Martínez Garduño[3]

Recibido: 01/10/2020
Aprobado: 30/10/2020

Resumen

Los portafolios de inversión son instrumentos bursátiles que tienen como objetivo generar los mejores rendimientos posibles con el menor riesgo de pérdida posible. Esto puede realizarse por medio de diversas posturas teóricas. Una de ellas es la Teoría de Portafolio Óptimo formulada por Harry Markowitz, que tiene como finalidad construir un portafolio óptimo a partir de la diversificación, es decir, asignar a los activos diferentes montos de inversión, los cuales son calculados por medio de una serie de ecuaciones que se pueden resolver por medio de un método de programación no lineal denominado Gradiente Reducido Generalizado (GRG). En este trabajo se propone un método alterno de solución, los algoritmos evolutivos, en específico un Algoritmo Genético Canónico con una codificación basada en números reales. Esto permite diseñar un portafolio de inversiones alternativo denominado portafolio de divisas, compuesto por rendimientos de seis monedas con respecto al peso mexicano. Las divisas seleccionadas fueron Guaraní Paraguayo, Peso Uruguayo, boliviano, Dólar Americano, Libra Esterlina y Euro. Los montos para invertir en cada moneda son formulados de acuerdo con diferentes escenarios, tales como mínimo riesgo, máxima ganancia y relación ganancia-riesgo, los cuales fueron resueltos por el GRG y comparados con soluciones obtenidas por un Algoritmo Genético. Este último demostró que es la mejor opción de cálculo. Cabe

[1] Licenciada en Informática Administrativa, maestrante en Administración de negocios, jefa del departamento de titulación del Centro Universitario UAEM Atlacomulco, profesora de medio tiempo del mismo espacio académico. etrodriguezl@uaemex.mx
[2]Dr. en Proyectos con especialidad en TIC, Profesor de tiempo Completo del Centro Universitario UAEM Atlacomulco. fgarciam@uaemex.mx
[3] Dra. en Administración Directora del Centro Universitario UAEM Atlacomulco de la Universidad Autónoma del Estado de México. ymartinezg@uamex.mx

destacar que, en los tiempos de incertidumbre financiera ocasionados por fenómenos externos como la pandemia por el virus SARS CoV 2, los capitales de los mercados financieros tienden a salir de los países que los albergan, provocando un interés en la inversión en divisas. Esto motiva la búsqueda de soluciones al problema del portafolio óptimo, las cuales se constituyan como una alternativa más eficiente que la obtenida por métodos tradicionales.

Palabras-clave: Portafolio optimo-Algoritmo Genético-Markowitz

Abstract

Investment portfolios are trading instruments that aim to generate the best possible returns with the lowest possible risk of loss. This can be done through various theoretical positions. One of them is the Optimal Portfolio Theory formulated by Harry Markowitz, which aims to build an optimal portfolio based on diversification, that is, assigning different investment amounts to assets, which are calculated through a series of equations that can be solved by means of a nonlinear programming method called Generalized Reduced Gradient (GRG). In this work an alternative method of solution is proposed, evolutionary algorithms, specifically a Canonical Genetic Algorithm with a coding based on real numbers. This makes it possible to design an alternative investment portfolio called a foreign exchange portfolio, made up of returns of six currencies with respect to the Mexican peso. The selected currencies were Paraguayan Guaraní, Uruguayan Peso, Bolivian, American Dollar, British Pound and Euro. The amounts to invest in each currency are formulated according to different scenarios, such as minimum risk, maximum profit and profit-risk ratio, which were resolved by the GRG and compared with solutions obtained by a Genetic Algorithm. The latter proved that it is the best calculation option. It should be noted that, in times of financial uncertainty caused by external phenomena such as the SARS CoV 2 virus pandemic, capital from financial markets tends to flow out of the host countries, causing interest in investment in foreign currency. This motivates the search for solutions to the problem of the optimal portfolio, which constitute a more efficient alternative than that obtained by traditional methods.

Keywords: Optimal Portfolio-Genetic Algorithm-Markowitz

1._Introducción

La pandemia ocasionada por el virus SARS Cov 2 obligó a los gobiernos del mundo a reducir sus actividades económicas como consecuencia del aislamiento social y cierre de fronteras, lo cual condujo a la escasez y alza de precios en algunos productos, sobre todo aquellos que son relacionados con el cuidado de la salud, sin mencionar el aumento en la inflación y en la caída del Producto Interno Bruto (PIB) sobre todo en los países de América Latina. La incertidumbre económica provocó una fuga de capitales en la gran mayoría de los países, reflejada en la compra de divisas extranjeras.

En las ciencias económico-administrativas, una de las áreas de estudio es la inversión de divisas a partir de los comportamientos históricos de estas, con la finalidad de obtener ganancias económicas en ventanas de tiempo a futuro con mínimo riesgo de perdida. Esto puede obtenerse por medio de diversas posturas teóricas, una de ellas es el modelo de Markowitz para la construcción de un portafolio de inversión óptimo a partir de un mecanismo denominado diversificación, en el cual un inversionista dispone de varias opciones para invertir con la finalidad de reducir riesgos y maximizar ganancias.

En este trabajo se propone implementar un portafolio de divisas usando el modelo de Markowitz, conformado por divisas de países latinoamericanos: Paraguay, Uruguay y Bolivia; así como monedas tradicionalmente fuertes como las de Estados Unidos y Reino Unido, además del Euro, la moneda común de la Unión Europea. La idea del portafolio construido es obtener el máximo rendimiento posible con el mínimo riesgo posible dado el escenario de contingencia de salud en el cual se vuelve necesario reducir el riesgo de pérdida porque las oportunidades de inversión se dificultan.

1.1 Portafolio de Inversión

En las ciencias económico-administrativas es posible definir a un portafolio de inversión como un conjunto de activos en el que un inversionista está dispuesto a invertir un capital económico con un mínimo de riesgo aceptable y un porcentaje de rendimiento esperado. Guillermo L. Dumrauf doctor en ciencias económicas de la Universidad de Buenos Aires, propone la siguiente definición: “un portafolio de inversión es una selección de

Saeta Digital
Tecnología, Diseño e Innovación
ISSN: 2523-241X
Vol. 6 Núm. 1 (2020)
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ENCARNACIÓN

documentos que se evalúan en el mercado bursátil, en los que una persona física o moral desean invertir su dinero, con el objetivo de repartir el riesgo entre los distintos instrumentos de inversión los cuales pueden ser acciones, bonos, bienes raíces y divisas (Fundación de Estudios Financieros - FUNDEF, 2017). La figura 1 muestra algunos conceptos sobre portafolios de inversión

Valor del portafolio: Es el valor promedio mensual de los activos que componen el portafolio de inversión.	**Número de activos en el portafolio:** Es el valor promedio de la cantidad de activos que tiene el portafolio.
Desviación estándar en el número de activos en el portafolio: Es una variable que estima la actividad de compra y venta de activos de un portafolio.	**Rendimientos Acumulados:** Son los rendimientos totales acumulados en el portafolio a lo largo de los 12 meses del análisis.
Suma de los Cuadros de las Participaciones de los Activos en el Portafolios (SCPP): Es una métrica que se utiliza para analizar qué tan diversificado está un portafolio. Está métrica varía entre 0 y 1. Mientras más cercana a 0 mayor es el nivel de diversificación del portafolio. Mientras más cercana a 1 menor es el nivel de diversificación del portafolio.	**Coeficiente de Sharpe:** Es la razón que resulta de dividir el promedio mensual de los rendimientos de un portafolio entre la desviación estándar de dichos rendimientos. Esta métrica indica el rendimiento que genera un portafolio ajustado por su cantidad de riesgo. Es una de las métricas más comunes en la literatura de finanzas para analizar el rendimiento ajustado por riesgo de un portafolio.
Participación de Activos con Potencial Conflicto de Interés en el Valor del Portafolio (PAPCIP): Es el valor de mercado de los activos con potencial conflicto de interés dividido entre el valor de mercado del portafolio.	

Figura 1 Elementos teóricos sobre portaolios de inversión (Fundación de Estudios Financieros - FUNDEF, 2017)

1.2 Modelo de Markowitz

En Useche Arévalo (2015) se describe que la teoría y la práctica financieras han sido profundamente influenciadas por el enfoque tradicional para la selección de portafolios de inversión creado por Harry M. Markowitz (1952) en el artículo *Portfolio Selection*, en el que formuló el método de media-varianza para la conformación de carteras óptimas, enfoque bajo el cual se supone un agente racional que desea minimizar el riesgo sujeto a un nivel de retorno mínimo esperado o maximizar la rentabilidad sujeto a un máximo de riesgo deseado.

A partir del modelo de Markowitz se desarrollaron estudios como los de William F. Sharpe (1964), John V. Lintner Jr. (1965) y Jan Mossin (1966), quienes basados en los aportes de Markowitz postularon de forma independiente el Modelo de Valoración de Activos Financieros (CAPM), modelo de equilibrio con el cual es posible hallar la tasa de retorno esperada de un activo riesgoso, mediante una ecuación lineal que añade a la tasa libre de riesgo una prima de riesgo, acorde con la sensibilidad del retorno del activo riesgoso frente al comportamiento del mercado, expresada con el coeficiente Beta. La aportación de Markowitz a las ciencias económico-administrativas fue reconocida en 1990 con el Premio Nobel de Economía, concedido de manera conjunta a Markowitz, Sharpe y Merton (Useche Arévalo, 2015).

De acuerdo con Franco-Arbeláez, Avendaño-Rúa, & Barbutín-Díaz (2011) el modelo de Markowitz tiene las siguientes premisas

a) El rendimiento de cualquier portafolio es considerado una variable aleatoria, para la cual el inversionista estima una distribución de probabilidad para el periodo de estudio. El valor esperado de la variable aleatoria es utilizado para cuantificar la rentabilidad de la inversión.

b) La varianza o la desviación estándar son utilizadas para medir la dispersión, como medida del riesgo de la variable aleatoria rentabilidad; esta medición debe realizarse en forma individual, a cada activo y a todo el portafolio.

c) La conducta racional del inversionista lo lleva a preferir la composición de un portafolio que le represente la mayor rentabilidad, para determinado nivel de riesgo.

La descripción matemática del modelo de Markowitz que se presenta en la ecuación 1 consiste en determinar las ponderaciones X_i que maximizan el rendimiento esperado del portafolio, sujeto a un riesgo mínimo admitido, mostrado esto en la ecuación 2, sujeto a las restricciones modeladas matemáticamente en la ecuación 3.

$$\overline{r_p} = \sum_{i=1}^{N} X_i{}^*\overline{r_i} \qquad (1)$$

$$\overline{r_p} = X_1{}^*\overline{r_1} + X_2{}^*\overline{r_2} + \cdots + X_2{}^*\overline{r_2}$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{N} X_i{}^*X_j{}^*\sigma_{ij} \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_i = 1 \qquad (3)$$

Donde:

$\overline{r_p}$ es la ganancia esperada

X_i es la proporción del valor inicial invertido en el activo del i-ésimo portafolio

$\overline{r_i}$ es el rendimiento del activo i-ésimo

N es el número de activos

σ_p^2 es el riesgo estimado del portafolio

σ_{ij} es la covarianza de retornos

El principal aporte del modelo de Markowitz radica en proporcionar una estimación que sirve como guía para la selección de un portafolio óptimo a partir de la elección de activos financieros de tal forma que le produzca la máxima rentabilidad al controlar el riesgo; o en forma alternativa, minimizar el riesgo, controlando el rendimiento. La solución al modelo de Markowitz suele ser realizada bajo la óptica de un problema de optimización.

1.3 Optimización

Es posible definir el concepto de optimización como la selección de una de las opciones en relación con las distintas alternativas posibles de solución de un determinado problema y que esta permita tomar las decisiones adecuadas para el problema que se plantea. Su objetivo primordial es encontrar la mejor solución de decisiones difíciles frente a un

Saeta Digital
Tecnología, Diseño e Innovación
ISSN: 2523-241X
Vol. 6 Núm. 1 (2020)
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ENCARNACIÓN

universo de soluciones locales. Las distintas técnicas de optimización son empleadas para encontrar un vector de parámetros de diseño $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ lo cual es definido como óptimo. (Porfirio González, 2014).

De acuerdo con Paredes Hernández hay elementos que se repiten en todos los problemas de optimización:

1. Variables de decisión: El primer elemento clave en la formulación de problemas de optimización es la selección de las variables independientes que sean adecuadas para caracterizar los posibles diseños candidatos y las condiciones de funcionamiento del sistema. Como variables independientes se suelen elegir aquellas que tienen un impacto significativo sobre la función objetivo.

   Se representan las variables independientes se representarán mediante vectores columna de $\mathbb{R}^n$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

   O vectores fila

$$x^T = (x_1, \dots, x_n)$$

2. Restricciones: Una vez determinadas las variables independientes, el siguiente paso es establecer, mediante ecuaciones o inecuaciones las relaciones existentes entre las variables de decisión. Estas relaciones son debidas, entre otras razones, a limitaciones en el sistema, a leyes naturales o a limitaciones tecnológicas y son las llamadas restricciones del sistema. Se pueden distinguir dos tipos de restricciones:

   a. Restricciones de igualdad: Son ecuaciones entre las variables de la forma

$$h(x) = h(x_1, \dots, x_n) = 0$$

   Donde $h: A \subseteq \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función real de variables reales definida sobre un conjunto A de números reales.

   b. Restricciones de desigualdad: Son inecuaciones entre las variables de la forma

$$g(x) = g(x_1, \dots, x_n) \leq 0$$

Donde $g: A \subseteq \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función real de variables reales definida sobre un conjunto A de números reales.

3. Función objetivo: Finalmente, el último ingrediente de un problema de optimización es la función objetivo, también llamado índice de rendimiento o criterio de elección. Este es el elemento utilizado para decidir los valores adecuados de las variables de decisión que resuelven el problema de optimización. La función objetivo permite determinar los mejores valores para las variables de decisión.

Existen diversas técnicas de optimización. Las dos más populares son el Gradiente Reducido Generalizado y el uso de algoritmos evolutivos como el Algoritmo Genético

2. Gradiente Reducido Generalizado

El uso del Gradiente Reducido Generalizado como método de solución al problema de asignación de montos de inversión en portafolios óptimos se encuentra documentado en la literatura (Alrabadi,2016) donde se utiliza el GRG para obtener un portafolio óptimo en diferentes escenarios de riesgo de 30 activos separados en grupos de 10 correspondientes al mercado financiero de Amman en el período 2009-2013 con observaciones mensuales. Por otro lado, Man&Chan (2018) muestra el uso de GRG en la construcción de un portafolio de inversiones compuesto por 10 activos, donde los montos a invertir en ellos se calculan a partir de un perfil de riesgo moderado. Estos trabajos documentados en la literatura especializada tienen en común el uso de Microsoft Excel y el complemento Solver para implementar el GRG.

El modelo de Gradiente Reducido Generalizado es un método utilizado cuando un problema de optimización tiene restricciones (en el caso de la cartera, esto se expresa en la ecuación 4) extendiendo el método lineal de Gradiente Reducido. En el punto de partida de la búsqueda GRG debe cumplir con las condiciones del problema de optimización a resolver (ecuación 2 o 3, depende del perfil de la cartera). Si esto sucede, el algoritmo modifica la solución en una dirección de descenso cumpliendo con las restricciones, repitiendo esta operación iterativamente hasta un punto donde el algoritmo no puede encontrar una dirección de modificación del individuo donde la función objetivo podría reducirse.

3. Algoritmo Genético

Uno de los algoritmos evolutivos más usados en la resolución de problemas de optimización es el Algoritmo Genético simple (Genetic Algorithm, GA, por sus siglas en inglés), que fue desarrollado por John Holland en la década de los 60 en la Universidad de Michigan, basado en los principios de Charles Darwin y Gregor Mendel. La Figura 2 muestra el diagrama de flujo de un Algoritmo Genético simple o Canónico para la solución de un problema de optimización mono objetivo (García Mejía, 2017):

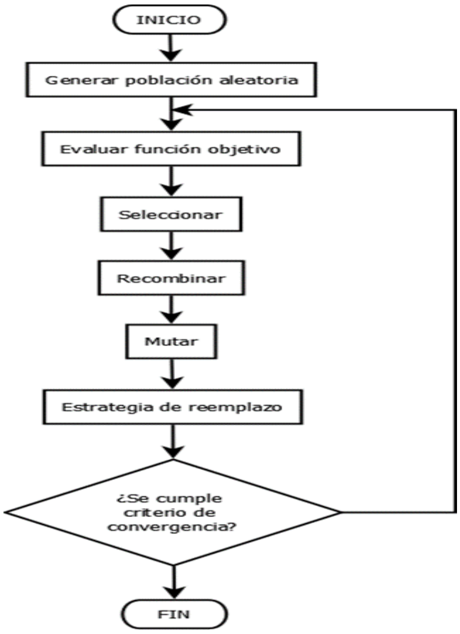


Figura 2 Diagrama de flujo de un Algoritmo Genético Canónico

Un GA tiene ventajas sobre otros algoritmos evolutivos tales como (García Mejía, 2017):

- Permiten encontrar soluciones aproximadas a problemas sin soluciones prácticas.
- Se desenvuelven bien en problemas con un paisaje adaptativo complejo.
- Habilidad de manipulación para muchos parámetros simultáneamente. Los problemas de la vida real no pueden definirse en términos con un único valor que se tenga que minimizar o maximizar.
- En su utilización no necesita saber nada a fondo de los problemas que se intentan resolver, solo se realizan cambios aleatorios en las soluciones candidatas, evaluándose con la función objetivo para ver si estos llegan a una mejora.

- Son paralelos.

Ahora bien, un GA también presenta algunas limitaciones y desventajas sobre otros métodos evolutivos (García Mejía, 2017):

- Si se realiza una incorrecta elección de la función objetivo o se define de forma inexacta, el Algoritmo Genético será incapaz de encontrar la solución al problema.
- Se debe delimitar el tamaño de la población, ritmo de la mutación y cruzamiento ya que, si la población es pequeña el algoritmo puede no explorar todo el espacio de soluciones.
- Que el algoritmo puede converger de forma prematura, si la solución óptima aparece demasiado pronto, mermando las soluciones y llegando a un óptimo local en lugar de explorar todo el espacio y llegar al óptimo global.
- No se deben de utilizar en problemas de solución analítica, ya que los métodos analíticos tradicionales consumen mucho menos tiempo y potencia de la computadora que los algoritmos genéticos.

De manera general, el pseudocódigo de un GA es el siguiente (García Mejía, 2017):

1. Definir una función de aptitud o función objetivo.
2. Generar una serie de posibles soluciones (cromosomas) de manera aleatoria formando un conjunto denominado población.
3. Codificar la población.
4. Evaluar con la población la función objetivo, iniciando así la i-ésima generación.
5. Seleccionar soluciones que se reproducirán.
6. Aplicar una operación de cruzamiento.
7. Mutar algunos elementos resultantes del cruzamiento.
8. Reemplazar elementos de la población de la i-ésima generación con los mejores elementos de 6 y 7.
9. Detener, si se cumple criterio de paro, y en caso contrario ir al paso a 4.

3.1 Función objetivo

En los GA (y en cualquier otro algoritmo evolutivo) es necesaria la formulación matemática del problema a optimizar, esto puede ser por medio de una o varias ecuaciones matemáticas que son llamadas funciones objetivas (en algunas referencias son denominadas función fitness) y se usan para medir el desempeño de las probables soluciones. En un sentido estricto las funciones fitness son una transformación de funciones que también valora el desempeño de los problemas de minimización.

Existen una serie de requerimientos que debe de cubrir una función objetivo, los cuales desde el punto de vista matemático son:

- La función f(x) debe ser monótona creciente.
- Debe evitar la presencia de máximos locales.
- f(x) debe asegurar durante el proceso evolutivo la convergencia de la población hacia el valor óptimo representado por el máximo global de f(x).
- f(x) no debe ser una función negativa, evitando además los valores nulos, ya que los individuos no deben tener valores negativos o iguales a cero.
- f(x) debe incluir parámetros con los que se pueda ajustar la forma y el rango de la función.

De acuerdo con las teorías evolutivas desarrolladas por Darwin y Mendel solo los individuos más aptos tienen una mayor probabilidad de sobrevivir y generar descendencia, de esta manera, transmitir su herencia biológica a las nuevas generaciones

3.2 Codificación

El conjunto de soluciones para un determinado problema de optimización resuelto con algoritmos genéticos recibe el nombre de población, la cual de manera inicial se puede generar de manera aleatoria a partir de una distribución de probabilidad uniforme. Esto permite que el algoritmo converja de manera rápida evitando los óptimos locales. A cada uno de los elementos de una población de un GA se le denomina cromosoma y a la mínima expresión de un cromosoma se le denomina gen. Posteriormente los elementos que conforman la población se representan con un determinado alfabeto. A este proceso se le conoce como codificación y determina los procedimientos de recombinación y mutación de los pasos subsiguientes.

Existen diferentes tipos de codificación empleadas dentro de los algoritmos genéticos, en este caso se hace uso de la codificación real, en la cual se hace uso de números reales, lo que involucra una serie de ventajas, dado que evita la pérdida de precisión dentro de la codificación, proporciona mayor libertad en el uso de operadores genéticos y emplea menos memoria representando más rápido el cálculo. Esta codificación permite trabajar con problemas de optimización cuyas soluciones se encuentren en el dominio discreto. Una representación de un cromosoma C con m genes se muestra en la ecuación 4

$$C_n = \{g_n^1, g_n^2, g_n^3 \ldots, x_n^t\} \quad (4)$$

3.3 Selección

Después de la codificación de cromosomas sigue su evaluación en la función objetivo f de un problema determinado, calculando después la densidad de probabilidad p_n de cada uno de los C_n individuos partir de la ecuación 5

$$p_n = \frac{f(C_n)}{\sum f(C_n)} \quad (5)$$

El siguiente paso, posterior a la evaluación es la selección de cromosomas que se recombinarán con el propósito de generar nuevas soluciones de manera iterativa. Para esto se dispone de tres operadores bien definidos: Torneo, Ruleta y Elitismo.

En el operador de Torneo los cromosomas que componen la población son mezclados con la finalidad de integrar grupos de tamaño predefinido, usualmente parejas. Los individuos que tengan el valor de aptitud más alto de cada grupo formado son mezclados de nueva cuenta. Esta técnica garantiza la obtención de múltiples copias del mejor individuo entre los padres de la siguiente generación.

El operador de ruleta es un método de selección que permite conservar el carácter estocástico de los GA y es el más común de los métodos. Consiste en construir una ruleta formada por las densidades de probabilidad, de tal forma que las parejas que se seleccionan para realizar la recombinación son aquellas que abarquen la mayor superficie de la ruleta.

Otro operador usado para seleccionar cromosomas a recombinar se denomina Elitismo, un operador que privilegia la conservación de los individuos más aptos de tal forma que logren trascender en cada iteración, pero no favorece la exploración de todo el espacio de búsqueda. Esto permite que el mejor cromosoma de la presente generación trascenderá a la siguiente; los peores, es decir los de la valuación menor de la función objetivo son descartados progresivamente.

3.4 Cruza y mutación

Uno de los operadores de cruce más usados es el Blend Crossover (BLX- α), el cual es implementado en esta propuesta a partir de dos cromosomas padre $C^{H1}\ y\ C^{H2}$, generando descendientes de forma aleatoria a partir de la ecuación 6 (Flake,1998)

$$C^{H} = rand[(h_{min} - I * \alpha), (h_{max} + I * \alpha)] \tag{6}$$

Donde C^{H} es el cromosoma descendiente $h_{min} = min(C_i^1, C_i^2)$, $h_{max} = max(C_i^1, C_i^2)$, $I = h_{max} - h_{min}$, $\alpha = rand[0,1]$ con distribución uniforme. Cabe señalar que se pueden producir descendientes según sea necesario.

Para la mutación, se propone el uso de la mutación gaussiana, un operador responsable de modificar un cromosoma C específico elegido aleatoriamente mediante una distribución de probabilidad gaussiana de media 0 y varianza definida como se muestra en la expresión 7 para cada gen g (Flake,1998).

$$\sigma_k = \frac{T - t}{T} \frac{\left(g_k^{max} - g_k^{min}\right)}{3} \tag{7}$$

Donde t es la generación actual, T es el número máximo de generaciones contempladas en el algoritmo de tal manera que el cromosoma mutado pueda definirse como se muestra en 8

$$C' = C + N(0, \sigma_k) \tag{8}$$

4._Apartado metodológico

Para la diversificación de montos de inversión por algoritmos genéticos y de Gradiente Reducido Generalizado se propone la siguiente función objetivo, construida a partir de las ecuaciones 2 y 3, obteniendo la expresión 9.

Saeta Digital
Tecnología, Diseño e Innovación
ISSN: 2523-241X
Vol. 6 Núm. 1 (2020)
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ENCARNACIÓN

$$f_{obj} = max \frac{\sum_{n=1}^{N} \overline{r_n} * w_n}{\sum_{n}^{N} \sum_{m}^{N} w_n * w_m * \sigma_{nm}} \quad (9)$$

Los rendimientos de las monedas propuestas para el desarrollo de la cartera se pueden obtener mediante la expresión 10, que se aplicó en un histórico de 5 años.

$$r_n = ln \frac{p_c}{p_p} \quad (10)$$

Donde

r_n rendimiento de la n-esima divisa

p_c precio actual

p_p precio anterior

Las monedas que se utilizarán para esta propuesta con sus correspondientes retornos promedio en una ventana de tiempo de tres meses se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1 Rendimientos de activos

	guarani	**peso uruguayo**	**libra**	**boliviano**	**dólar**	**euro**
guarani	0.013031%	0.012746%	0.000596%	0.000925%	0.001533%	0.001034%
peso uruguayo	0.012746%	0.016973%	0.001945%	-0.000988%	0.001457%	0.001130%
libra	0.000596%	0.001945%	0.011381%	-0.000507%	-0.000541%	-0.000600%
boliviano	0.000925%	-0.000988%	-0.000507%	0.013024%	0.001094%	0.000892%
dólar	0.001533%	0.001457%	-0.000541%	0.001094%	0.012710%	0.011550%
euro	0.001034%	0.001130%	-0.000600%	0.000892%	0.011550%	0.012410%

El esquema metodológico propuesto para este proceso de investigación se muestra en la figura 3. En esta se desarrolla la aplicación de los algoritmos propuestos, con el fin de obtener una cartera de divisas óptima.

Saeta Digital
Tecnología, Diseño e Innovación
ISSN: 2523-241X
Vol. 6 Núm. 1 (2020)
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ENCARNACIÓN

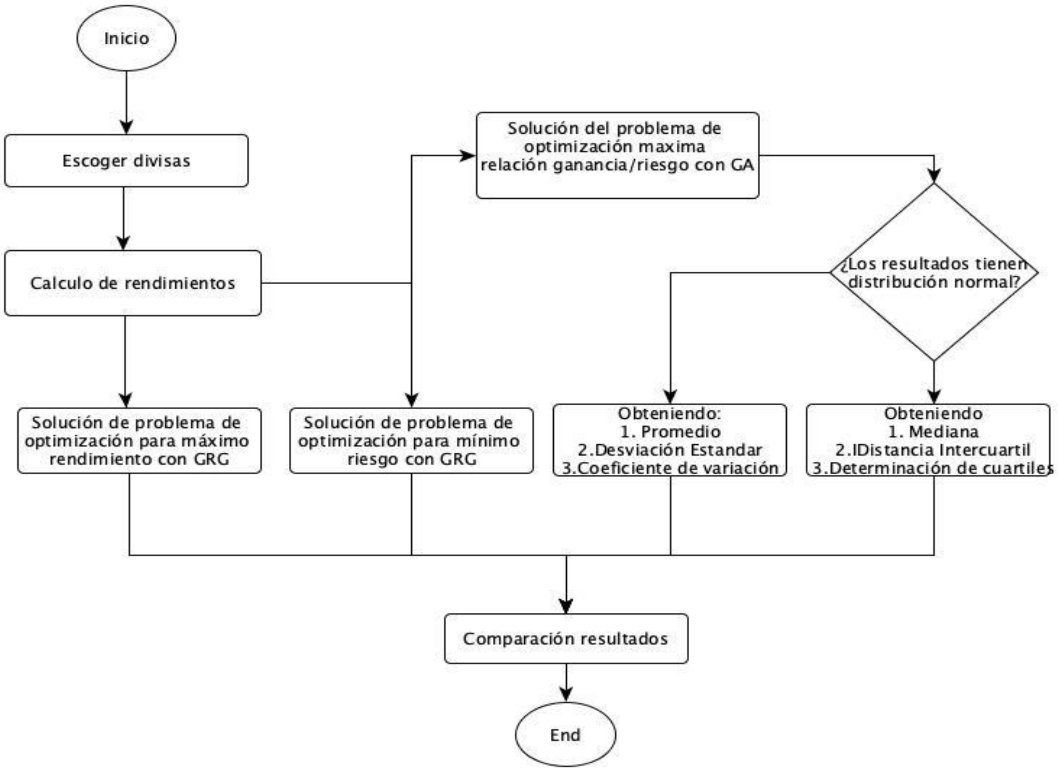


Figura 3 Esquema metodológico (Fuente: Elaboración propia)

4._Resultados

Para el estudio estadístico es necesario en primer lugar, realizar un estudio sobre la normalidad o ausencia de esta en los resultados obtenidos de la función mostrada en la ecuación 12, para lo cual se utiliza la prueba de Lilliefors, una variante del Kolmogorov-Smirnov prueba, que supone que se desconoce la media y la desviación estándar de los datos obtenidos. Al aplicar la prueba de Lilliefors a los resultados de la función objetivo, descrita en la ecuación 6, obtenidos con el algoritmo correspondiente a test 1, se obtiene un valor de significancia p = 0.5529, valor mayor que la significancia de 0.05, por lo que se puede suponer que los resultados del portafolio optimizado tienen una distribución normal, por lo tanto, es posible obtener las estadísticas que se muestran en la Tabla 1

Medición de tendencia central	Valor
Promedio	15.4699

Saeta Digital
Tecnología, Diseño e Innovación
ISSN: 2523-241X
Vol. 6 Núm. 1 (2020)
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ENCARNACIÓN

Desviación estándar	0.01483691
Coeficiente de variación	0.09590828%

Tabla 3 Valores estadísticos obtenidos para el algoritmo genético

La Figura 4 muestra la convergencia del algoritmo genético. La Figura 5 muestra los resultados de las optimizaciones obtenidas, mostrando los porcentajes de ganancia y riesgo para cada uno de los escenarios y experimentos propuestos. Además, la Figura 6 muestra los pesos a invertir para cada uno de los escenarios y experimentos propuestos, que cumplen la condición de suma = 1

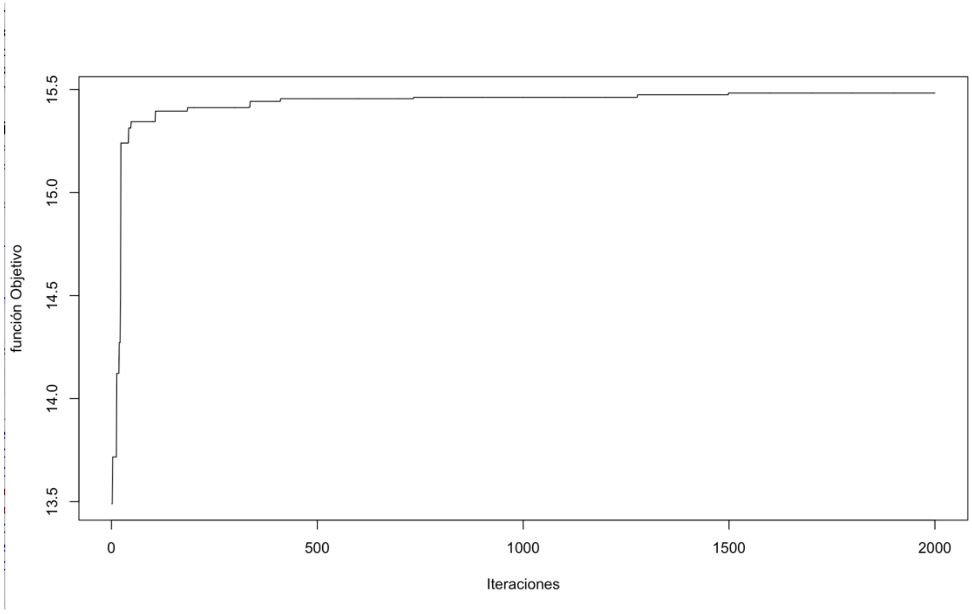
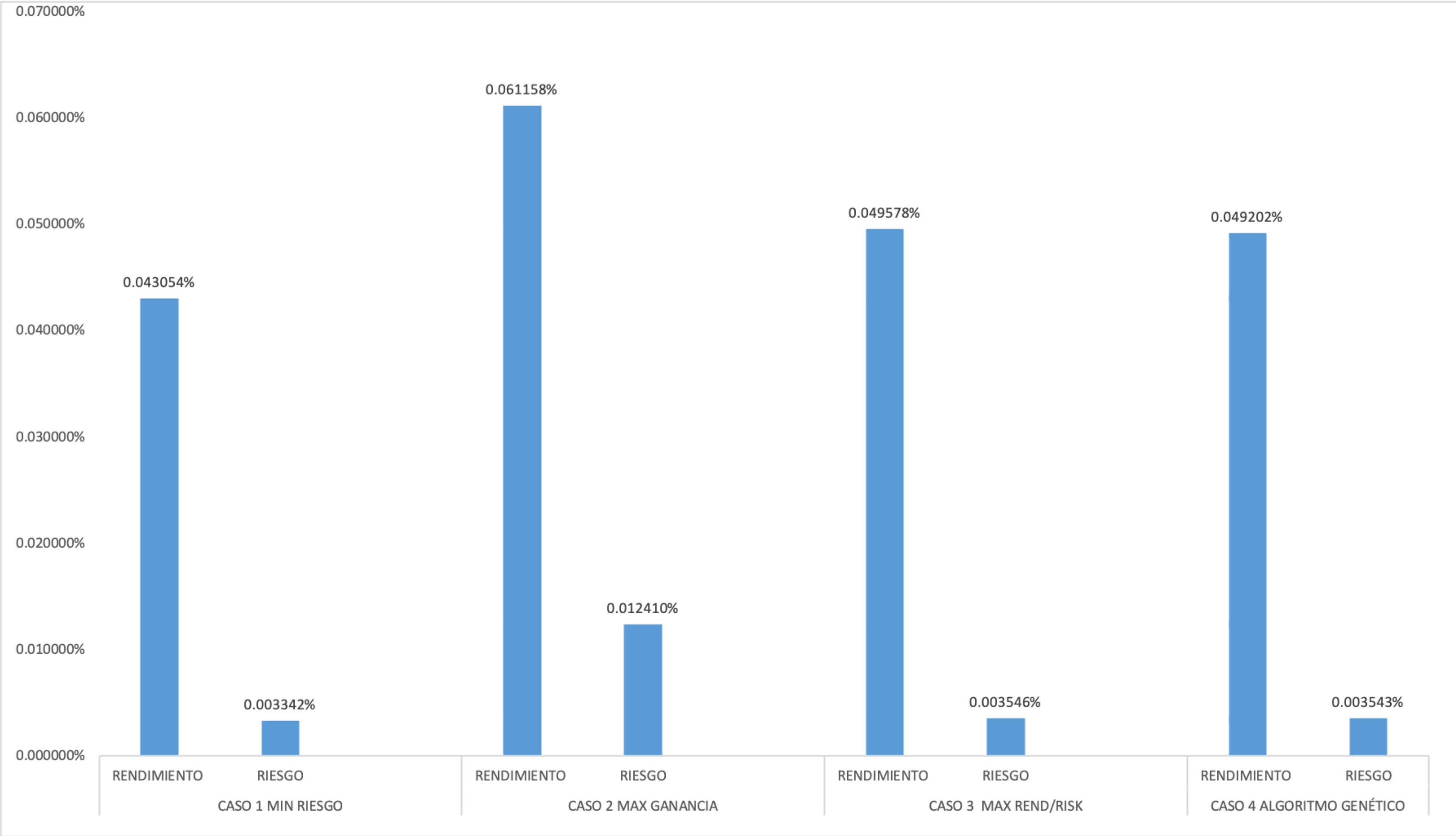


Figura 4 Convergencia para el Algoritmo Genético

Saeta Digital
Tecnología, Diseño e Innovación
ISSN: 2523-241X
Vol. 6 Núm. 1 (2020)
UNAE UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ENCARNACIÓN
CIDUNAE



Saeta Digital
Tecnología, Diseño e Innovación
ISSN: 2523-241X
Vol. 6 Núm. 1 (2020)

Figura 5 Rendimiento y riesgo para las técnicas propuestas

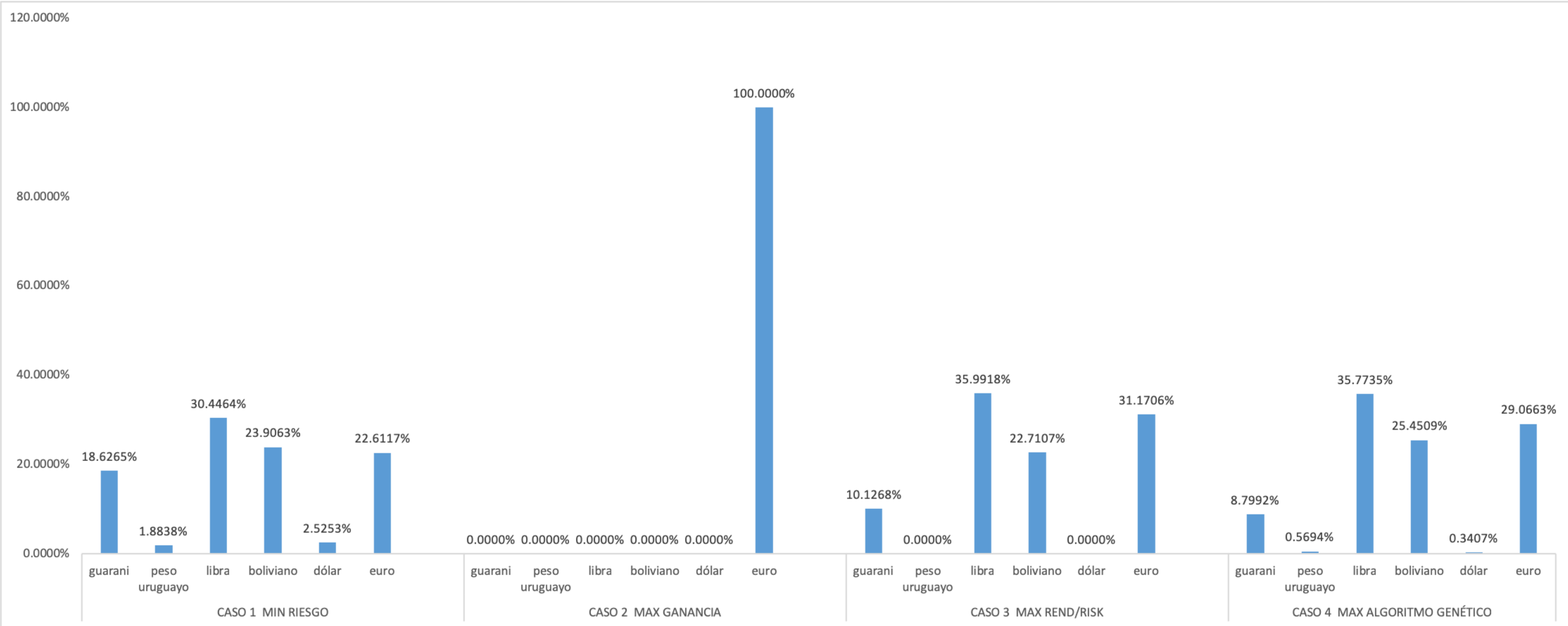


Figura 6 Pesos a invertir

5. Conclusiones

Como se muestra en la Figura 6 el método GRG en los escenarios propuestos cumple con su propósito de reducción de riesgo, maximización de ganancia y maximización de la relación ganancia / riesgo, esto se acopla a los siguientes perfiles:

• Alta aversión al riesgo, es decir, el valor más bajo posible para la ecuación 3
• Baja aversión al riesgo, que es el valor máximo para la ecuación 2 se privilegia
• La relación máxima entre la ecuación 2 y 3

De acuerdo con la figura 7, la mejor solución es el Algoritmo Genético dado que:

1. Diversifica los montos a invertir a diferencia de la maximización de la ganancia con GRG.
2. Genera un panorama de ganancia alta con un riesgo no mucho mayor que el método de minimización de riesgo por GRG.
3. Genera un panorama de ganancia más alto que la relación ganancia/riesgo.

Es posible afirmar que las finanzas durante y posterior a la pandemia de COVID tendrán diferentes formas de afrontar los riesgos presentes en instrumentos de inversión. Otras de las reflexiones que resultan de este ejercicio académico es la necesidad de inculcar competencias académicas entre diversos programas, dado que se incluyen competencias transversales

6. Referencias

Alrabadi, D. (2016) *Portfolio optimization using the generalized reduced gradient nonlinear algorithm: An application to Amman Stock Exchange.* International Journal of Islamic and Middle Eastern Finance and Management 9(4):570-582

Fundación de Estudios Financieros - FUNDEF. (2017). *PORTAFOLIOS FINANCIEROS EN MÉXICO.* Obtenido de FUNDEF: http://fundef.org.mx/sites/default/files/portafoliosfinancieros2017.pdf

Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (2011). *Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión*. Obtenido de

SciELO (Scientific Electronic Library Online): http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-77992011000100005

Flake, G.W. (1998). The Computational Beauty of Nature: Computer Explorations of Fractals, Chaos, Complex Systems, and Adaptation. Cambridge, Massachusetts, Estados Unidos: MIT Press

García Mejía, J. F. (2017). *UN REGULADOR DE TEMPERATURA PARA UNA CELDA TERMOELÉCTRICA BASADO EN ALGORITMOS GENÉTICOS CON FERTILIZACIÓN IN VITRO.* México.

Useche Arévalo, A. J. (2015). CONSTRUCCIÓN DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN DESDE LAS FINANZAS DEL COMPORTAMIENTO: UNA REVISIÓN CRÍTICA. *Redalyc*, 4. Obtenido de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=20543851001

Paredes Hernández, S. (s.f.). *Fundamentos de Optimización.* Obtenido de Departamento de Matemática Aplicada y Estadística de la Universidad Politécnica de Cartagena: http://www.dmae.upct.es/~paredes/am_ti/apuntes/guia_foe.pdf

Porfirio González, M. (2014). *Asignación de horarios en una dependencia de nivel superior mediante un algoritmo inmunológico clonal.*

Rita Yi Man Li and Amos Chan *REITs Portfolio Optimization: A Nonlinear Generalized Reduced Gradient Approach International Conference on Modeling, Simulation and Optimization (MSO 2018)*